

一、判断题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. 函数 $y = \sqrt{3-x} + \ln(x-1)$ 的定义域为 $[1, 3]$. ()
2. 左导数与右导数统称为单侧导数. ()
3. $y = e^{2x-1}$ 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 点处的切线方程是 $2x - y = 0$. ()
4. 若 $y = x \sin 2x$, 则 $dy = \cos 2x dx$. ()
5. $y = 2020 + x^3 - x^2 + 5x$ 在 $[1, 5]$ 上满足拉格朗日中值定理. ()
6. $d[\int f(x) dx] = f(x)$. ()
7. $\int_1^2 x dx > \int_1^2 x^2 dx$. ()
8. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-l, l]$ 上连续且为奇函数, 则积分 $\int_{-l}^l f(x) dx = 0$. ()
9. 微分方程的通解中含有任意常数的个数等于微分方程的阶数. ()
10. 微分方程 $xy' + y = 0$ 满足初始条件 $y(1) = 1$ 的解为 $y = \frac{1}{2x}$. ()

二、单项选择题（本题共 20 小题，每小题 4 分，共 80 分）

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \cos 2x}{x^2}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $k =$ ()

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

D.3

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{7x} = (\quad)$

A. e^7

B. e^{-7}

C. 1

D. ∞

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$, 则 $x \rightarrow 3$ 时 ()

A. $x^2 - 9$ 与 $x - 3$ 互为等价无穷小

B. $x^2 - 9$ 与 $x - 3$ 互为同阶无穷小

C. $x^2 - 9$ 是 $x - 3$ 的高阶无穷小

D. $x^2 - 9$ 是 $x - 3$ 的低阶无穷小

4. $x = 1$ 是 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 的

A. 连续点

B. 第一类间断点

C. 第二类间断点

D. 可导点

5. 已知 $f(x) = \frac{|x|}{x}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处 ()

A. 不连续但可导

B.可导

C.连续但不可导

D.极限不存在

6. $y = e^{-x} \cos(3 - x)$ 的微分为 ()

A. $dy = e^{-x} \cos(3 - x) dx$

B. $dy = e^{-x} [\sin(3 - x) - \cos(3 - x)] dx$

C. $dy = e^{-x} \sin(3 - x) dx$

D. $dy = e^{-x} [\sin(3 - x) + \cos(3 - x)] dx$

7. $y = x^x (x > 0)$ 的导数为

A. $y' = x^x$

B. $y' = x^x (\ln x - 1)$

C. $y' = x^x (1 - \ln x)$

D. $y' = x^x (\ln x + 1)$

8. 隐函数 $xe^y + ye^x = 1$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$ 为

A. $\frac{e^x + xe^y}{ye^x + e^y}$

B. $-\frac{e^x + xe^y}{ye^x + e^y}$

C. $\frac{e^y + ye^x}{xe^x + e^x}$

D. $-\frac{e^y + ye^x}{xe^y + e^x}$

9. 函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 时有极大值, 则 ()

A. $f'(x_0) = 0$

B. $f'(x_0) < 0$

C. $f'(x_0) > 0$

D. $f'(x_0) = 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在

10. $y = 2x + \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的单调增区间为 ()

A. $(0, 1)$

B. $[2, +\infty)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(0, 2]$

11. 曲线 $y = \frac{x}{e^x}$ 的拐点为 ()

A. $(1, \frac{2}{e^2})$

B. $(2, \frac{1}{e^2})$

C. $(1, \frac{1}{e^2})$

D. $(2, \frac{2}{e^2})$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = ()$

A. $\frac{1}{6}$

B. 1

C. 2

D.6

13. 一条曲线在点 (x, y) 的切线斜率是 $2x$ ，且过点 $(1, -2)$ ，则该曲线方程为 $y = (\quad)$

A. $2x$

B. $x^2 - 3$

C. x^2

D. $x^2 - 2$

14. $\int x \sin x \, dx = (\quad)$

A. $-x \cos x + \sin x + C$

B. $-x \cos x - \sin x + C$

C. $x \cos x + \sin x + C$

D. $x \cos x - \sin x + C$

15. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \, dx = (\quad)$

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

16. $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} \, dx = (\quad)$

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 2

17. 曲线 $y = a - x^2 (a > 0)$ 与 x 轴所围成图形的面积为 ()

A. $\frac{1}{2}a^{\frac{1}{2}}$

B. $\frac{4}{3}a^{\frac{3}{2}}$

C. $\frac{4}{3}a^{\frac{1}{2}}$

D. $\frac{1}{2}a^{\frac{3}{2}}$

18. $y = x^3$ 与 $x = 2$, $y = 0$ 所围成图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体体积为 ()

A. π

B. $\frac{128}{7}\pi$

C. $\frac{64}{7}\pi$

D. 2π

19. 微分方程 $xy''' + 2x(y')^2 + x^3y = x^4 + 1$ 的阶数为 ()

A. 一阶

B. 二阶

C. 三阶

D. 四阶

20.微分方程 $(1+y)dx - (1-x)dy = 0$ 的通解为 ()

A. $(1+y)(1-x) = c$

B. $\frac{1-x}{1+y} = c$

C. $\frac{1+y}{1+x} = c$

D. $x - y = c$

三、多选题（本题共5小题，每小题6分，共30分，多选、少选、错选均不得分）

1.一下说法正确的是 ()

A.两个无穷小的和为无穷小

B.有界函数乘以无穷小为无穷小

C.单调有界数列必有极限

D.一切初等函数在定义域内连续

2.已知 $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$, 则原函数 $F(x)$ 有 ()

A. $F(x) = \ln x$

B. $F(x) = \ln x + C$

C. $F(x) = \ln Cx$

D. $F(x) = C \ln x$

3.已知 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 ()

A. $f(x)$ 在 x_0 处左导数与右导数相等

B. $f(x)$ 在 x_0 处连续

C. $f(x)$ 在 x_0 处不连续

D. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 存在

4. 下列极限中能用洛必达法则求解的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x$

C. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 5x}{\sin 3x}$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$

5. 下列广义积分收敛的是 ()

A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2\sqrt{x}} dx$