

2023 年陕西省普通高等教育专升本招生考试

《高等数学》真题

重合度考情分析

一、单项选择题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

1. 函数 $f(x) = \frac{x^2+1}{x(x+1)(x-1)}$ 的间断点的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】：D

2. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的通解为 ()

- A. $y = Ce^{x^2}$ B. $y = e^{x^2} + C$ C. $y = Cx^2$ D. $y = x^2 + C$

【答案】：A

3. 过点 $P(2, -1, 0)$ 且与平面 $3x + y - 2z = 1$ 垂直的直线方程是 ()

- A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$ B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$
C. $3(x+2) = y-1 = -2z$ D. $3(x-2) = y+1 = -2z$

【答案】：B

4. 设函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ ，则 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取极值，点 $(1, 3)$ 是 $f(x)$ 的拐点
B. 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取极值，点 $(1, 3)$ 不是 $f(x)$ 的拐点
C. 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处不取极值，点 $(1, 3)$ 是 $f(x)$ 的拐点
D. 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处不取极值，点 $(1, 3)$ 不是 $f(x)$ 的拐点

【答案】：C

5. 下列级数中收敛的是()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$ B. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

【答案】：C

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

6. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】： $\frac{3}{2}$

7. 已知参数方程 $\begin{cases} x = 3t^2 + 1 \\ y = \ln t \end{cases}$ ，求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】： $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} = \frac{1}{6}$

8. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处连续，且 $f(-1)=0$ ， $f'(-1)=1$ ，则极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】： 1

9. 已知连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \cos x + \int_{-1}^1 f(x) dx$ ，则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】： $f(x) = \cos x - 2 \sin 1$

10. 设 L 为直线段 $y = x - 2 (0 \leq x \leq 2)$ ，则对弧长的曲线积分 $\int_L (x-y)^2 ds = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】： $8\sqrt{2}$

三、计算题：本大题共 10 小题，每小题 8 分，共 80 分. 计算题要有计算过程.

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1) dt}{1 - \cos 2x}.$

【答案】： $\frac{1}{4}$

12. 求不定积分 $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx.$

【答案】： $\ln|2 + \sin x| + c$

13. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x^2-xy+y^2+1=0$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

【答案】: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-y}{x-2y}$

14. 计算定积分 $\int_{-1}^0 e^{\sqrt{x+1}} dx$ 。

【答案】: 2

15. 设函数 $Z=f(x^2y, 1+y)$, 其中 f 具有连续二阶偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

【答案】: $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xyf_1'$; $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2xf_1'' + 2x^2yf_{11}'' + 2xyf_{12}''$

16. 求函数 $f(x, y, z) = x^2 + y \sin z$ 在点 $P(1, 2, 0)$ 处从点 $P(1, 2, 0)$ 到点 $Q(2, 3, \sqrt{2})$ 方向的方向导数。

【答案】: $1 + \sqrt{2}$

17. 计算二重积分 $I = \iint_D (x+2y) dx dy$, 其中 D 是由直线 $y=x$, $y=3x$ 及 $x=1$ 所围成的闭区域。

【答案】: $\frac{10}{3}$

18. 计算对坐标的曲线积分 $I = \oint_L (y-x^2) dx + (3x+y) dy$, 其中 L 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, L 为逆时针方向。

【答案】: 12π

19. 将函数 $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ 展开成 x 的幂级数。

【答案】: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^{n+1}} x^n, -\frac{2}{3} < x < \frac{2}{3}$

20. 求微分方程 $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$ 的通解。

【答案】： $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} - 2e^{2x}$ (C_1 、 C_2 为任意常数)

四、证明题和应用题：本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。证明题要有证明过程。

21. 证明：设 $0 < a < b$ ，证明不等式 $\arctan b - \arctan a < b - a$ 。

【答案】：略；见解析

22. 求曲线 $y = x^3$ 与 $y^2 = x$ 所围成的平面图形的面积 S ，并求该平面图形绕 x 轴旋转所围成的旋转体的体积 V 。

【答案】： $S = \frac{5}{12}, V = \frac{5}{14}\pi$ ；